Title	非対称な三角型ファジィ数の間のパラメトリックな順序関係について (数理モデルにおける決定理論)
Author(s)	林, 貴紀
Citation	数理解析研究所講究録 (1999), 1079: 179-189
Issue Date	1999-02
URL	http://hdl.handle.net/2433/62681
Right	
Type	Departmental Bulletin Paper
Textversion	publisher

数理解析研究所講究録
1079巻 1999年 179-189

非対称な三角型ファジィ数の間のパラメトリックな順序関係について

創価大学大学院 工学研究科　林 貴紀 (Takanori Hayashi)

ファジィ理論の研究に関して、現在までに数多くの論文が発表されてきたが、ファジィ数の大小比較を有効に定義している論文はあまり多くない。本研究では、創価大学の古川教授の論文（3）で定義された左右対称なLファジィ数のパラメトリックな順序を、左右非対称なLファジィ数に拡張し、順序関係を与えた。また、この定義によって左右非対称なLファジィ数の間に本当に順序を付ける事が出来るかどうか、実際の数値例を使って検証してみる。

1．はじめに

ファジィ数を順序付ける問題は、非常に多くの数学者によって研究が行なわれ、数多くの論文が発表されてきた。そして、順序付けの方法も数多く提案されてきた。近年では、型関数によって生成された左右対称なファジィ数の集合上で、パラメトリックな全順序関係が導入され、その順序関係は、ファジィ最短経路問題を解くときの最小化基準として応用されている。そのとき、ファジィマックスオーダーに関して極小解となるものを、パラメータの値を変えることによってすべて見つけ出せることが理想的である。その為参考文献（3）の中で、タイプ1条件（下付きλ）とタイプ2条件（上付きλ）が導入され、これらの定義によって左右対称なファジィ数の順序関係は、完全に定義された。この二つのタイプのパラメトリックな順序は、ある意味で反対の関係になっている。
本研究の目的は、これらのタイプ1条件とタイプ2条件を左右非対称な三角型ファジィ数に拡張し、ダイクストラ法によってファジィ最短経路問題を解き、出来るだけ多くの極小解を検出できるような順序関係について論ずることである。
セクション2では、ファジィ数やファジィマックスオーダーなどの基礎知識について述べる。セクション3では、左右対称なLファジィ数のタイプ1条件（下付きλ）とタイプ2条件（上付きλ）を左右非対称な三角型ファジィ数拡張する。最後のセクションでは、セクション3で定義した二つのパラメトリックな順序関係を用いて、ファジィ距離が左右非対称な三角型ファジィ数であるようなファジィ最短経路問題を、実際に解いてみることとする。

2．基礎知識

2．1　ファジィ数

この論文で扱うファジィ数は、次のように表される。

（定義2．1）ファジィ数Aは、実数空間$\Re$上でのファジィ集合として定義され、そのメンバーシップ関数μ_Aは次の条件を満足する。

（1）$\mu_A(m)=1$

（2）μ_Aは$(-\infty,m]$上で単調に増加する。

（3）μ_Aは$(m,+\infty]$上で単調に減少する。

（1）（2）（3）を満足するただ一つの実数mが存在する。（2）の中の実数mをAのセンターと呼び、m_Aによって表す。同様に、Bのセンターをm_Bによって表す。

上の定義では、メンバーシップ関数は不連続であると仮定している。すべてのファジィ数の集合を$\Im$によって表すと、実数のメンバーシップ関数すなわち特性関数は、定義2．1の条件を満たし$\Re\subset\Im$が成り立つ。

2．2　ファジィマックスオーダー

次の順序関係はDubois and Pradeによって最初に提案され、のちにRamik and Rimanekによって正確に定式化された。

（定義2．2）A,Bを二つのファジィ数とする。すると、

$$A\le B \underset{def}{\Leftrightarrow} \begin{cases} \sup A_\alpha \le \sup B_\alpha \\ \inf A_\alpha \le \inf B_\alpha \end{cases} \quad \forall\alpha\in[0,1] \qquad (2.\ 1)$$

ただし,A_α,B_αはそれぞれA,Bの$\alpha-cut$を表す。この順序関係$\le$は、集合族$\Im$上で、半順序関係の公理を満たし、ファジィマックスオーダーと呼ばれる。

2．3　型関数

（定義2．3）Lを次の条件を満たす$\Re$から$[0,1]$への関数とする。

（1）$L(x)=L(-x)$，$\forall x\in\Re$

（2）$L(x)=1\quad \text{iff}\quad x=0$

（3）$L(\cdot)$は$[0,+\infty)$上で単調減少である。

（4）$x_0=\inf\{\,x>0:L(x)=0\,\}$とする。すると、$0<x_0<+\infty$となる。

関数Lは型関数と呼ばれる。また、（4）の点x_0をLのゼロ点と呼ぶ。

２．４　左右非対称なLファジィ数

（定義２．４）mを任意の実数,α,βを任意の正数とする。Lを任意の型関数とする。メンバーシップ関数μ_Aが

$$\mu_A(x) = \begin{cases} L\left(\dfrac{x-m}{\alpha}\right) & x \le m \\ L\left(\dfrac{x-m}{\beta}\right) & x \ge m \end{cases} \qquad (2.\ 2)$$

によって与えられるファジィ数Aは、左右非対称なLファジィ数と呼ばれ、α,βを、スプレッドと呼ぶ。（２．２）の特別な場合として、実数mの特性関数、

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x = m \\ 0 & \text{if } x \ne m \end{cases} \qquad (2.\ 3)$$

を考える。メンバーシップ関数が式（２．２）かまたは式（２．３）となるようなファジィ数として、左右非対称なLファジィ数を改めて定義する。型関数Lが与えられ、すべての左右非対称なLファジィ数の集合を$\Im_L$によって表すとすると、すべての型関数Lに対して、$\Re \subset \Im_L$が成り立つ。簡単化の為、次のようなパラメトリックな表現で左右非対称なLファジィ数を表す。

$$A = (m,\alpha,\beta)_L \qquad (2.\ 4)$$

$\alpha = 0, \beta = 0$の場合、左右非対称なLファジィ数$(m,0,0)_L$は実数mを示している。

２．５　ファジィマックスオーダーのパラメータ表示

次の定理は左右非対称なLファジィ数のパラメータに注目して、ファジィマックスオーダーの特徴を述べたものである

（定理２．１）Lを任意の型関数とする。また,x_0をLのゼロ点とすると、二つのファジィ数$A = (m,\alpha,\beta)_L, B = (n,\gamma,\delta)_L$に対して、

$$A \le B \Leftrightarrow \begin{cases} m \le n \\ x_0(\gamma - \alpha) \le n - m \\ x_0(\beta - \delta) \le n - m \end{cases} \qquad (2.\ 5)$$

が成り立つ。

3．非対称な三角型ファジィ数のパラメトリックな順序

セクション２で述べたようにファジィマックスオーダー$\leq$は、集合族$\Im$上で半順序関係であるが必ずしも線形順序ではない。ゆえに二つのファジィ数A,Bに対して、$A \leq B, B \leq A$のどちらも成り立たないことが起こる。この事実はファジィ値写像の最小化問題を解くときや、ファジィマックスオーダーの意味ですべての極小解を見つけようとするとき問題が起こる。参考文献（２）の中で、支配されない解のいくつかを検出する為に$\Im_L$上で全順序関係を導入し、それがファジィ最短経路問題を解く為に応用された。参考文献（２）で定義されたパラメトリックな全順序関係は、少なくとも一つの極小解を見つける為に使われているが、可能な限り多くの極小解を見つけ出すためには十分でない。よって参考文献（３）で、パラメトリックな順序がこの目的に添う為に新たに導入された。従ってこのセクションでは、参考文献（３）で定義された左右対称なLファジィ数の定義を左右非対称な三角型ファジィ数に拡張してみる。

3．1　$A \infty B$について

次の補助定理は、ファジィマックスオーダーによって順序付けが出来ないことの必要十分条件を、パラメータで表したものである。

（補助定理３．１）Lを任意の型関数とする。また,x_0をLのゼロ点とすると、

二つのファジィ数$A=(m,\alpha,\beta)_L, B=(n,\gamma,\delta)_L$に対して、

$$A \infty B \Leftrightarrow \begin{cases} (i)\ (m>n)\cap(m-x_0\alpha \leq n-x_0\gamma)\cap(m+x_0\beta < n+x_0\delta) \\ \quad or \\ (ii)\ (m>n)\cap(m-x_0\alpha < n-x_0\gamma)\cap(m+x_0\beta = n+x_0\delta) \\ \quad or \\ (iii)\ (m \leq n)\cap(m-x_0\alpha > n-x_0\gamma)\cap(m+x_0\beta < n+x_0\delta) \\ \quad or \\ (iv)\ (m<n)\cap(m-x_0\alpha < n-x_0\gamma)\cap(m+x_0\beta > n+x_0\delta) \end{cases} \qquad (3.\ 1)$$

が成り立つ。ここで記号∞は、ファジィマックスオーダーの意味で順序が付かないことを表している。もし$A \infty B$ならば，AとBはお互いに支配されない。

3．2　左右対称なLファジィ数のパラメトリックな順序

目的関数の値がファジィ数で与えられる最小化問題を、ファジィマックスオーダーに関して解こうとすると、互いに順序が付かない解がたくさんでてきて、それらを求めることが非常に困難である。そのために、参考文献（３）によっ

て二つの定義が導入された。そのうちの一つが定義３．１である。

（定義３．１）(N.Furukawa) L を任意の型関数, λ を $0 \le \lambda \le 1$ とする。二つの対称な L ファジィ数 $A=(m,\alpha)_L$, $B=(n,\beta)_L$ に対して順序関係 $\le_\lambda$ は、媒介変数を λ として次のように定義される。

$$A \le_\lambda B \underset{def}{\Leftrightarrow} \begin{cases} (i) \quad A \le B \\ \quad or \\ (ii) \quad \lambda x_0|\alpha-\beta| \le n-m < x_0|\alpha-\beta| \\ \quad or \\ (iii) \quad |n-m| < \lambda x_0(\beta-\alpha) \end{cases} \qquad (3.2)$$

３．３ 非対称な三角型ファジィ数のパラメトリックな順序

左右対称な L ファジィ数のパラメトリックな順序である定義３．１を、形式的に式変形して非対称な三角型ファジィ数に拡張すると、次の定義が導かれる。

（定義３．２）L を三角型関数, λ,μ を $0 \le \lambda \le 1, 0 \le \mu \le 1$ とする。二つの非対称な三角型ファジィ数 $A=(m,\alpha,\beta)_L$, $B=(n,\gamma,\delta)_L$ に対して順序関係 $\le_{\lambda,\mu}$ は、媒介変数を λ,μ として次のように定義される。

$$A \le_{\lambda,\mu} B \underset{def}{\Leftrightarrow} \begin{cases} (i) \quad (m \le n)\cap(m-\alpha \le n-\gamma)\cap(m+\beta \le n+\delta) \\ \quad or \\ (ii) \quad (m-\lambda\alpha \le n-\lambda\gamma)\cap(m+\mu\beta \le n+\mu\delta)\cap(m \le n)\cap(m-\alpha > n-\gamma) \\ \quad or \\ (iii) \quad (m-\lambda\alpha \le n-\lambda\gamma)\cap(m+\mu\beta \le n+\mu\delta)\cap(m \le n)\cap(m+\beta > n+\delta) \\ \quad or \\ (iv) \quad (m-\lambda\alpha \ge n-\lambda\gamma)\cap(m+\mu\beta \ge n+\mu\delta)\cap(m < n)\cap(m-\alpha \ge n-\gamma) \\ \quad or \\ (v) \quad (m-\lambda\alpha \ge n-\lambda\gamma)\cap(m+\mu\beta \ge n+\mu\delta)\cap(m < n)\cap(m+\beta \ge n+\delta) \\ \quad or \\ (vi) \quad (m-\lambda\alpha > n-\lambda\gamma)\cap(m+\mu\beta < n+\mu\delta)\cap(\alpha < \gamma) \\ \quad or \\ (vii) \quad (m-\lambda\alpha < n-\lambda\gamma)\cap(m+\mu\beta > n+\mu\delta)\cap(\alpha < \gamma) \\ \quad or \\ (viii) \quad (m-\lambda\alpha > n-\lambda\gamma)\cap(m+\mu\beta < n+\mu\delta)\cap(\alpha = \gamma)\cap(\beta < \delta) \\ \quad or \\ (ix) \quad (m-\lambda\alpha < n-\lambda\gamma)\cap(m+\mu\beta > n+\mu\delta)\cap(\alpha = \gamma)\cap(\beta < \delta) \end{cases} \qquad (3.3)$$

この定義によってファジィ最短経路問題を解こうとすると、λ,μ の値をいろいろに変えたときに検出されるファジィ数が少なく、あまり好ましい結果が出ないことが判明した。これは左右対称なファジィ数同士においては、図３．１のパターンは現れるが図３．２のパターンは絶対に起こり得ない。よって、左右対称なファジィ数のパラメトリックな順序を形式的に式変形して、左右非対称

なファジィ数に拡張しただけでは、図3．２の場合の条件式が欠けてしまう。この条件式を新しく付け加えたものが、次の定義3．３である。

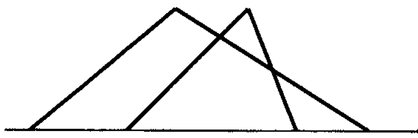

図3．１

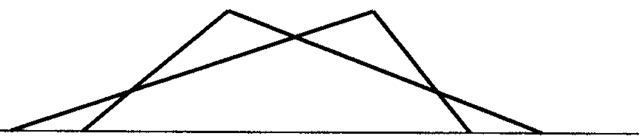

図3．２

3．4　改良された非対称な三角型ファジィ数のパラメトリックな順序

（定義3．3）Lを三角型関数,λ,μを$0\le\lambda\le1, 0\le\mu\le1$とする。二つの非対称な三角型ファジィ数$A=(m,\alpha,\beta)_L$,$B=(n,\gamma,\delta)_L$に対して順序関係$\le_{\lambda,\mu}$は、媒介変数を$\lambda,\mu$として次のように定義される。

$$
A \le_{\lambda,\mu} B \underset{def}{\Longleftrightarrow}
\begin{cases}
(1)\ (m\le n)\cap(m-\alpha\le n-\gamma)\cap(m+\beta\le n+\delta) \\
\quad or \\
(2)\ (m<n)\cap(m-\alpha>n-\gamma)\cap(m+\beta\le n+\delta)\cap(m-\lambda\alpha\le n-\lambda\gamma) \\
\quad or \\
(3)\ (m>n)\cap(m-\alpha<n-\gamma)\cap(m+\beta\ge n+\delta)\cap(m-\lambda\alpha<n-\lambda\gamma) \\
\quad or \\
(4)\ (m<n)\cap(m-\alpha>n-\gamma)\cap(m+\beta>n+\delta)\cap(m-\lambda\alpha\le n-\lambda\gamma)\cap(m+\mu\beta\le n+\mu\delta) \\
\quad or \\
(5)\ (m>n)\cap(m-\alpha<n-\gamma)\cap(m+\beta<n+\delta)\cap(m-\lambda\alpha<n-\lambda\gamma)\cap(m+\mu\beta<n+\mu\delta) \\
\quad or \\
(6)\ (m<n)\cap(m-\alpha>n-\gamma)\cap(m+\beta>n+\delta)\cap(m-\lambda\alpha<n-\lambda\gamma) \\
\qquad \cap(m+\mu\beta>n+\mu\delta)\cap(2(m-n)\le\lambda(\alpha-\gamma)+\mu(\delta-\beta)) \\
\quad or \\
(7)\ (m>n)\cap(m-\alpha<n-\gamma)\cap(m+\beta<n+\delta)\cap(m-\lambda\alpha\ge n-\lambda\gamma) \\
\qquad \cap(m+\mu\beta<n+\mu\delta)\cap(2(m-n)<\lambda(\alpha-\gamma)+\mu(\delta-\beta)) \\
\quad or \\
(8)\ (m<n)\cap(m-\alpha>n-\gamma)\cap(m+\beta>n+\delta)\cap(m-\lambda\alpha>n-\lambda\gamma) \\
\qquad \cap(m+\mu\beta<n+\mu\delta)\cap(2(m-n)\le\lambda(\alpha-\gamma)+\mu(\delta-\beta)) \\
\quad or \\
(9)\ (m>n)\cap(m-\alpha<n-\gamma)\cap(m+\beta<n+\delta)\cap(m-\lambda\alpha<n-\lambda\gamma) \\
\qquad \cap(m+\mu\beta\ge n+\mu\delta)\cap(2(m-n)<\lambda(\alpha-\gamma)+\mu(\delta-\beta)) \\
\quad or \\
(10)(m<n)\cap(m-\alpha\le n-\gamma)\cap(m+\beta>n+\delta)\cap(m+\mu\beta\le n+\mu\delta) \\
\quad or \\
(11)(m>n)\cap(m-\alpha\ge n-\gamma)\cap(m+\beta<n+\delta)\cap(m+\mu\beta<n+\mu\delta) \\
\quad or \\
(12)(m=n)\cap(m-\alpha<n-\gamma)\cap(m+\beta>n+\delta)
\end{cases}
\qquad (3.\ 4)
$$

3．5　左右対称なLファジィ数のパラメトリックな順序

参考文献（３）で定義されたタイプ２条件式をここに示しておく。

（定義3．4）(N.Furukawa)　Lを任意の型関数,λを$0\le\lambda\le1$とする。二つの

対称なLファジイ数$A=(m,\alpha)_L$, $B=(n,\beta)_L$に対して順序関係$\le^{\lambda}$は、媒介変数をλとして次のように定義される。

$$A \le^{\lambda} B \underset{def}{\Leftrightarrow} \begin{cases} (i) \quad A \le B \\ \quad or \\ (ii) \quad 0 < \lambda x_0(\beta-\alpha) \le |m-n| < x_0(\beta-\alpha) \\ \quad or \\ (iii) \ 0 < n-m < \lambda x_0|\alpha-\beta| \\ \quad or \\ (iv) \ m=n \ \ and \ \ \alpha<\beta \end{cases} \qquad (3.\ 5)$$

３．６　非対称な三角型ファジィ数のパラメトリックな順序

定義３．４を形式的に式変形したものが次の定義３．５である。

（定義３．５）Lを三角型関数, λ,μを$0\le\lambda\le1, 0\le\mu\le1$とする。二つの非対称な三角型ファジィ数$A=(m,\alpha,\beta)_L$, $B=(n,\gamma,\delta)_L$に対して順序関係$\le^{\lambda,\mu}$は、媒介変数をλ,μとして次のように定義される。

$$A \le^{\lambda,\mu} B \underset{def}{\Leftrightarrow} \begin{cases} (1) \ (m \le n)\cap(m-\alpha \le n-\gamma)\cap(m+\beta \le n+\delta) \\ \quad or \\ (2) \ (m<n)\cap(m-\alpha>n-\gamma)\cap(m+\beta\le n+\delta)\cap(m-\lambda\alpha \le n-\lambda\gamma)\cap(\alpha<\gamma) \\ \quad or \\ (3) \ (m<n)\cap(m-\alpha\ge n-\gamma)\cap(m+\beta<n+\delta)\cap(m-\lambda\alpha\le n-\lambda\gamma)\cap(\alpha<\gamma) \\ \quad or \\ (4) \ (m<n)\cap(m-\alpha<n-\gamma)\cap(m+\beta>n+\delta)\cap(m-\lambda\alpha\le n-\lambda\gamma)\cap(\alpha<\gamma)\cap(\beta>\delta) \\ \quad or \\ (5) \ (m<n)\cap(m-\alpha>n-\gamma)\cap(m+\beta>n+\delta)\cap(m-\lambda\alpha\le n-\lambda\gamma)\cap(\alpha<\gamma)\cap(\beta>\delta) \\ \quad or \\ (6) \ (m>n)\cap(m-\alpha\ge n-\gamma)\cap(m+\beta<n+\delta)\cap(m+\mu\beta\ge n+\mu\delta)\cap(\alpha\le\gamma)\cap(\beta<\delta) \\ \quad or \\ (7) \ (m<n)\cap(m-\alpha<n-\gamma)\cap(m+\beta>n+\delta)\cap(m+\mu\beta\ge n+\mu\delta)\cap(\alpha<\gamma)\cap(\beta>\delta) \\ \quad or \\ (8) \ (m<n)\cap(m+\beta>n+\delta)\cap(m+\mu\beta>n+\mu\delta)\cap(\beta>\delta) \\ \quad or \\ (9) \ (m<n)\cap(m-\alpha>n-\gamma)\cap(m-\lambda\alpha>n-\lambda\gamma)\cap(\alpha<\gamma) \\ \quad or \\ (10) \ (m=n)\cap(\alpha<\gamma) \\ \quad or \\ (11) \ (m=n)\cap(\alpha=\gamma)\cap(\beta<\delta) \end{cases} \qquad (3.\ 6)$$

３．７　改良された非対称な三角型ファジィ数のパラメトリックな順序

（定義３．６）Lを三角型関数, λ,μを$0\le\lambda\le1, 0\le\mu\le1$とする。二つの非対称な三角型ファジィ数$A=(m,\alpha,\beta)_L$, $B=(n,\gamma,\delta)_L$に対して順序関係$\le^{\lambda,\mu}$は、媒介

変数をλ,μとして次のように定義される。

$$
A \le^{\lambda,\mu} B \underset{def}{\Longleftrightarrow}
\begin{cases}
(1)\ (m \le n) \cap (m-\alpha \le n-\gamma) \cap (m+\beta \le n+\delta) \\
\quad or \\
(2)\ (m < n) \cap (m-\alpha > n-\gamma) \cap (m+\beta \le n+\delta) \cap (m-\lambda\alpha > n-\lambda\gamma) \\
\quad or \\
(3)\ (m > n) \cap (m-\alpha < n-\gamma) \cap (m+\beta \ge n+\delta) \cap (m-\lambda\alpha \ge n-\lambda\gamma) \\
\quad or \\
(4)\ (m < n) \cap (m-\alpha > n-\gamma) \cap (m+\beta > n+\delta) \cap (m-\lambda\alpha \ge n-\lambda\gamma) \cap (m+\mu\beta \ge n+\mu\delta) \\
\quad or \\
(5)\ (m > n) \cap (m-\alpha < n-\gamma) \cap (m+\beta < n+\delta) \cap (m-\lambda\alpha > n-\lambda\gamma) \cap (m+\mu\beta > n+\mu\delta) \\
\quad or \\
(6)\ (m < n) \cap (m-\alpha > n-\gamma) \cap (m+\beta > n+\delta) \cap (m-\lambda\alpha < n-\lambda\gamma) \\
\qquad \cap (m+\mu\beta > n+\mu\delta) \cap (2(m-n) > \lambda(\alpha-\gamma)+\mu(\delta-\beta)) \\
\quad or \\
(7)\ (m > n) \cap (m-\alpha < n-\gamma) \cap (m+\beta < n+\delta) \cap (m-\lambda\alpha > n-\lambda\gamma) \\
\qquad \cap (m+\mu\beta \le n+\mu\delta) \cap (2(m-n) \ge \lambda(\alpha-\gamma)+\mu(\delta-\beta)) \\
\quad or \\
(8)\ (m < n) \cap (m-\alpha > n-\gamma) \cap (m+\beta > n+\delta) \cap (m-\lambda\alpha > n-\lambda\gamma) \\
\qquad \cap (m+\mu\beta < n+\mu\delta) \cap (2(m-n) > \lambda(\alpha-\gamma)+\mu(\delta-\beta)) \\
\quad or \\
(9)\ (m > n) \cap (m-\alpha < n-\gamma) \cap (m+\beta < n+\delta) \cap (m-\lambda\alpha \le n-\lambda\gamma) \\
\qquad \cap (m+\mu\beta > n+\mu\delta) \cap (2(m-n) \ge \lambda(\alpha-\gamma)+\mu(\delta-\beta)) \\
\quad or \\
(10)\ (m < n) \cap (m-\alpha \le n-\gamma) \cap (m+\beta > n+\delta) \cap (m+\mu\beta > n+\mu\delta) \\
\quad or \\
(11)\ (m > n) \cap (m-\alpha \ge n-\gamma) \cap (m+\beta < n+\delta) \cap (m+\mu\beta \ge n+\mu\delta) \\
\quad or \\
(12)\ (m = n) \cap (m-\alpha > n-\gamma) \cap (m+\beta < n+\delta)
\end{cases}
$$

（3．7）

４．結論

式（3．4）と式（3．7）は対になっていて一番目の条件式はファジィマックスオーダーであって同じだが、一番目の条件式以外は部分的に反対の関係になっている。式（3．4）と式（3．7）を使うことによって、ファジィマックスオーダーによって順序付けできないような小さなファジィ数を、多く検出することが出来るようになった。しかし、この式（3．4）と式（3．7）は反射律、反対称律はλ,μの値にかかわらず満たすが、推移律に関してはλ,μの値によっては満たさないことが判明した。よって実際にこれらの式を使う場合、推移律を満たさないときのλ,μの値における最小値の検出は、無効であるとし削除しなければならない。

非対称な三角型ファジィ数は、対称な三角型ファジィ数と比べて複雑であり極端に難しいことが解った。しかし、λ,μの値をいろいろ変えることによってファジィマックスオーダーで順序が付かないファジィ数の中から、多くのものを検出できる方法を見つけ出すことが出来た。今後の課題は、式（3．4）と式

（3．7）の推移率が満たされない部分を満たされるように改良することである。

5．例題（ダイクストラ法）

このセクションではファジィ最短経路問題を、セクション3で定義した二つのパラメトリックな順序を使うことにより、実際に解いてみることにする。ここでファジィ最短経路問題とは、通常の最短経路問題において距離がファジィ数で表されるものである。

左右非対称な三角型ファジィ数の加法は、通常の法則によって定義される。すなわち $A=(m,\alpha,\beta)_L$ と $B=(n,\gamma,\delta)_L$ に対してそれらの加法は、

$$A \oplus B=(m+n,\alpha+\gamma,\beta+\delta)_L$$

によって与えられる。

これらの条件の下で、与えられたスタートノードから他のすべてのノードまでの最短経路を見つけ出す問題を考える。ファジィ最短経路問題の最小化基準は、もちろんファジィマックスオーダーである。ゆえに通常多くの極小解が求められる。これらの極小解を見つけ出す為に、最小化基準として、セクション3の二つのパラメトリックな順序をパラメータの値をいろいろ変えながら使用してみる。しかし、推移率を満たさない λ,μ の値に対しては無効とする。それでは、図6．1のようなファジィ最短経路問題をダイクストラ法で実際に解いてみることにする。ここではスタートノードを①とし、ゴールを⑤とする。

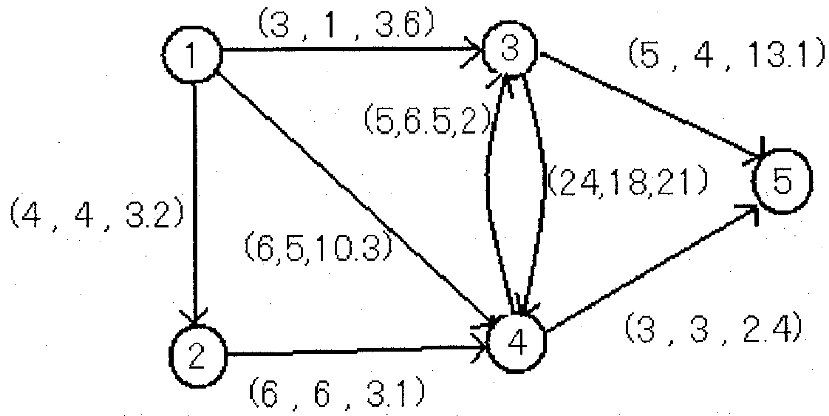

図6．1

このファジィ最短経路問題におけるすべての経路と、その時のファジィ距離を表6．1に示しておく。

表6．1

	最短経路	ファジィ距離
ルートA	1－3－5	A＝（8，　5，　16．7）
ルートB	1－4－5	B＝（9，　8，　12．7）
ルートC	1－3－4－5	C＝（11，　10．5，　8）
ルートD	1－2－4－5	D＝（13，　13，　8．7）
ルートE	1－4－3－5	E＝（35，　27，　44．4）
ルートF	1－2－4－3－5	F＝（39，　32，　40．4）

また、この六つの経路におけるファジィ距離を図で表すと図6．2のようになる。

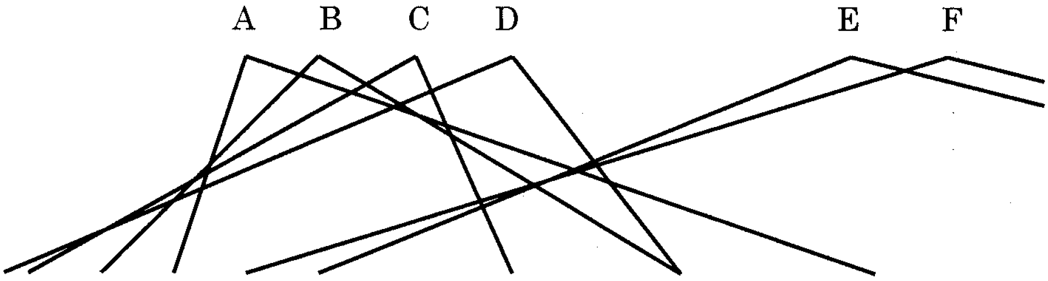

図6．2

● 結果

図6．2からもわかるように、ルートEとルートFに関しては、ファジィマックスオーダーによってファジィ距離が明らかに大きくなるため、最短経路としては検出されない。しかし、ファジィマックスオーダーによって順序が付かないファジィ距離において、小さなものは表6．3、表6．4に示すように下付きの定義と上付きの定義を用いることによってすべて検出された。

表6．3　下付きの定義のとき

	最短経路	ファジィ距離
ルートA	1－3－5	A＝（8，　5，　16．7）
ルートB	1－4－5	B＝（9，　8，　12．7）
ルートC	1－3－4－5	C＝（11，　10．5，　8）
ルートD	1－2－4－5	D＝（13，　13，　8．7）

表6．4　上付きの定義のとき

	最短経路	ファジィ距離
ルートA	1－3－5	A＝（8，　5，　16．7）
ルートD	1－2－4－5	D＝（13，　13，　8．7）

（参考文献）

(1) Dubois,D.and Prade,H.(1980)"Systems of linear fuzzy constraints",Fuzzy Sets and Systems,vol.3,pp37-48.

(2) N.Furukawa.(1994) A parametric total order on fuzzy numbers and a fuzzy shortest route problem,Optimization,vol.30,pp367-377

(3) N.Furukawa.(1997) "Parametric orders on fuzzy numbers and their roles in fuzzy optimization problems",Optimization,vol.40,pp171-192.

(4) Ramik,J.and Ramanek,J.(1985) "Inequality relation between fuzzy numbers and its use in fuzzy optimization",Fuzzy Sets and Systems,vol.16,pp123-138.